

國立台灣科技大學九十七學年度碩士班招生試題

系所組別：高分子工程系碩士班丙組

科目：工程數學

丙組：工程數學；共五大題，總分 100 分；請於答案卷內依序作答。

一、 選擇題：共 4 題，8 分／題，總計 32 分。每題皆為四選一之選擇題，空白者零分計算，選錯一題則倒扣 2 分。請將選擇題答案書寫於答案卷內，於試題作答不予計分。

1. 已知初始值問題 $y''(x) + 0.2y'(x) + 4.01y(x) = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$ ，則下列何者為其解？ (8%)

- (A) $y(x) = e^{-x} \cos 2x$ (B) $y(x) = e^{-x} \sin 2x$
 (C) $y(x) = e^{-0.1x} \cos 2x$ (D) $y(x) = e^{-0.1x} \sin 2x$

2. 某一由 $I_1(t), I_2(t)$ 所構成之系統

$I_1' + 4(I_1 - I_2) = 12$, $I_2' - 0.4I_1' + 0.4I_2 = 0$, $I_1(0) = 0$, $I_2(0) = 0$ 。請問下列何者為正確？ (8%)

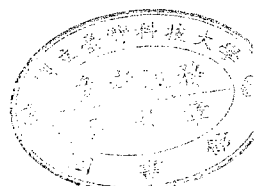
- (A) $I_1(t) = -8e^{-2t} - 5e^{-0.8t} - 3$ (B) $I_2(t) = -4e^{-2t} - 4e^{-0.8t} - 2$
 (C) $I_1(t) = -8e^{-2t} + 5e^{-0.8t} + 3$ (D) $I_2(t) = -4e^{-2t} + 4e^{-0.8t} + 2$

3. 下列何者為微分方程式 $y''(x) + y(x) = \sec x$ 之特解？ (8%)

- (A) $3 \cos x$ (B) $\cos x + 2 \sin x$
 (C) $x \cos x + x \sin x$ (D) $\cos x \ln|\cos x| + x \sin x$

4. 錐形曲面 $z^2 = 4(x^2 + y^2)$ 於點 $P: (1, 0, 2)$ 之單位法線向量 = ? (8%)

- (A) $\frac{1}{\sqrt{5}}\mathbf{i} - \frac{2}{\sqrt{5}}\mathbf{k}$ (B) $\frac{2}{\sqrt{5}}\mathbf{i} - \frac{1}{\sqrt{5}}\mathbf{k}$
 (C) $\frac{1}{\sqrt{5}}\mathbf{i} + \frac{2}{\sqrt{5}}\mathbf{k}$ (D) $\frac{2}{\sqrt{5}}\mathbf{i} + \frac{1}{\sqrt{5}}\mathbf{k}$



國立台灣科技大學九十七學年度碩士班招生試題

系所組別： 高分子工程系碩士班丙組

科 目： 工程數學

二、 For each matrix, find all eigenvalues and a basis of each eigenspace:

(20%)

$$(1) A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}, \quad (2) B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

Which matrix can be diagonalized, and why?

三、 Determine whether or not the vector $v = (3, 9, -4, -2)$ is a linear combination of the vectors $u_1 = (1, -2, 0, 3)$, $u_2 = (2, 3, 0, -1)$ and $u_3 = (2, -1, 2, 1)$, i.e. belongs to the space spanned by the u_i . (10%)

四、 A light horizontal strut of length L and flexural rigidity EI carries a concentrated load W at its midpoint. It is supported at each end and subjected to a compressive force P . The deflection y at a point distance x from one end is given by (20%)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + n^2 y = -\frac{Wn^2 x}{2P} \quad (0 \leq x \leq \frac{L}{2})$$

where $n^2 = P/EI$. Find the greatest deflection of the strut which occurs at its midpoint.

五、 Solve the initial value problem: (18%)

$$(4x^2 + 4x + 1)y'' - 4(2x + 1)y' + 8y = 0 \quad y(1) = 9 \quad y'(1) = 0$$

